

Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Sommersemester 2023

FSP-Teilprüfung: Mathematik W2

Datum: 06.06.2023

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

- a) Bestimmen Sie sämtliche Minima und Maxima von $f(x, y) = x^2 \cdot y$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}^2$ unter der Nebenbedingung $x + y = 10$ (8 Punkte).
- b) Zeichnen Sie für $f(x, y) = x + 1 - y^2$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}^2$ die Niveaulinien zu den Niveaus $\bar{z} = 0$ und $\bar{z} = -1$ im Bereich $x \in [-2; 4]$ (4 Punkte).

Aufgabe 2

Kreuzen Sie jeweils das Feld mit der einzigen richtigen Antwort an (12 Punkte).

- 1 Punkt für jede richtige Antwort,
- 0 Punkte für jede falsche bzw. fehlende Antwort.

a)	$z(x, y) = -x + y \rightarrow \min!$ mit den Nebenbedingungen $x \geq 0, y \geq 0, x \leq 3, y \leq 4$ hat:			
/1	$P_{\min}(0 0)$ <input type="checkbox"/>	$P_{\min}(0 4)$ <input type="checkbox"/>	$P_{\min}(3 0)$ <input type="checkbox"/>	$P_{\min}(3 4)$ <input type="checkbox"/>
b)	$f'(x) = \ln(x) \cdot \frac{1}{x}$ $\mathbb{D}_f =]0, \infty[$ ist die erste Ableitung von:			
/1	$f(x) = x \cdot \ln(x)$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = x \cdot \ln(x) - x$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = \frac{1}{2} \cdot [\ln(x)]^2$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = [\ln(x)]^2$ <input type="checkbox"/>
c)	Bei welcher Urliste gilt nicht $x_{med} = \bar{x}$?			
/1	7, 8, 9, 10 <input type="checkbox"/>	7, 8, 8, 9 <input type="checkbox"/>	7, 9, 9, 11 <input type="checkbox"/>	7, 8, 9, 11 <input type="checkbox"/>
d)	Es gilt $f'_x(x, y) = -f'_y(x, y) = f''_{xx}(x, y) = -f''_{xy}(x, y) = -f''_{yx}(x, y) = f''_{yy}(x, y)$ für:			
/1	$f(x, y) = e^{x-y}$ <input type="checkbox"/>	$f(x, y) = e^{x \cdot y}$ <input type="checkbox"/>	$f(x, y) = e^{x+y}$ <input type="checkbox"/>	$f(x, y) = e^y \cdot x$ <input type="checkbox"/>
e)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x}{x} =$			
/1	-2 <input type="checkbox"/>	$-\infty$ <input type="checkbox"/>	0 <input type="checkbox"/>	∞ <input type="checkbox"/>

f)	$A = \begin{pmatrix} t^2 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ hat keine Inverse für:																									
/1	$t = 2$ <input type="checkbox"/>	$t = 0$ <input type="checkbox"/>	$t = 1$ <input type="checkbox"/>	$t = 4$ <input type="checkbox"/>																						
g)	Für welche Funktion gilt beim Newtonverfahren $x_1 = 1 + x_0$?																									
/1	$f(x) = x$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = e^x$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = -x$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = e^{-x}$ <input type="checkbox"/>																						
h)	Die Elastizität von $f(x) = x^n$ $D_f =]0, \infty[$, $n \in \mathbb{R}$ ist?																									
/1	$\varepsilon(x) = 1$ <input type="checkbox"/>	$\varepsilon(x) = n$ <input type="checkbox"/>	$\varepsilon(x) = x^n$ <input type="checkbox"/>	$\varepsilon(x) = x$ <input type="checkbox"/>																						
i)	$L = \{x = 1, y = 1\}$ ist die Lösungsmenge von welchem LGS?																									
/1	$\left(\begin{array}{cc c} e & e^2 & 1 \\ 1 & e & e \end{array} \right)$ <input type="checkbox"/>	$\left(\begin{array}{cc c} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{array} \right)$ <input type="checkbox"/>	$\left(\begin{array}{cc c} 1 & -1 & 0 \\ 1 & e & 2 \cdot e \end{array} \right)$ <input type="checkbox"/>	$\left(\begin{array}{cc c} e & e & 2 \cdot e \\ 0 & e & e \end{array} \right)$ <input type="checkbox"/>																						
j)	$f(x, y) = -(x+2)^2 - (y-4)^2$ $D_f = \mathbb{R}^2$ hat ein Maximum an:																									
/1	$x = 2, y = 4$ <input type="checkbox"/>	$x = 2, y = -4$ <input type="checkbox"/>	$x = -2, y = 4$ <input type="checkbox"/>	$x = -2, y = -4$ <input type="checkbox"/>																						
k)	Wenn $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = g \neq 0$ ist mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, dann ist $\begin{vmatrix} b & 2 \cdot a \\ d & 2 \cdot c \end{vmatrix} =$																									
/1	$-4 \cdot g$ <input type="checkbox"/>	$-2 \cdot g$ <input type="checkbox"/>	$2 \cdot g$ <input type="checkbox"/>	$4 \cdot g$ <input type="checkbox"/>																						
l)	Die dargestellte Verteilungsfunktion gehört zu welcher Urliste?																									
	 $\uparrow \tilde{F}(x)$ <table border="1"> <tr><td>0</td><td>0.1</td><td>0.2</td><td>0.3</td><td>0.4</td><td>0.5</td><td>0.6</td><td>0.7</td><td>0.8</td><td>0.9</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>				0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	0	1	2	3	4	5					
0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1																
0	1	2	3	4	5																					
	$1, 2, 2, 4, 5$ <input type="checkbox"/>	$1, 2, 3, 4, 5$ <input type="checkbox"/>	$1, 2, 3, 3, 5$ <input type="checkbox"/>	$1, 2, 4, 4, 5$ <input type="checkbox"/>																						
Summe: /12																										

Aufgabe 3

a) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem:

$$a - b + c - d = 2$$

$$b - c + d = -2$$

$$a + b + c = 3$$

$$-a - b = -1$$

(8 Punkte)

b) Für welchen Wert $t \in \mathbb{R}$ hat die Determinante von $A = \begin{pmatrix} t & 3 \\ 1 & -t \end{pmatrix}$ ihren maximalen Wert?

(2 Punkte)

c) Bestimmen Sie $2 \cdot B^T \cdot A^T$ für $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ (2 Punkte).

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 + 6 \cdot x^2 - 15 \cdot x$ $D_f = \mathbb{R}$.

- a) Bestimmen Sie alle Nullstellen (2 Punkte).
- b) Bestimmen Sie alle Hoch- und Tiefpunkte sowie die Art der Maxima und Minima (5 Punkte).
- c) Bestimmen Sie alle Wendepunkte, und geben Sie die Krümmungsbereiche an (3 Punkte).
- d) Ermitteln Sie die Tangentengleichung an der Stelle $x_0 = 1$ (2 Punkte).

Aufgabe 5

Eine statistische Messung brachte für das Merkmal X die Beobachtungswerte:

3,2 0,4 3,0 0,8 2,6 0,8 2,7 1,0

a) Bestimmen Sie

- a1) den Modus (1 Punkt),
- a2) den Median (1 Punkt),
- a3) die Varianz (3 Punkte).

Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau.

- b) Bei der Untersuchung eines weiteren Merkmals Y erhielt man $S_Y^{*2} = 2,8436$. In welchem Wertebereich liegt die Kovarianz von X und Y, wenn eine stark negative Korrelation vorliegt? Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau (4 Punkte).
- c) Bestimmen Sie die Regressionsgerade, wenn $\bar{y} = 3,4$ und $r_{xy} = -0,9031$ sind (3 Punkte).