

Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Sommersemester 2023

FSP-Teilprüfung: Mathematik W2

Datum: 06.06.2023

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

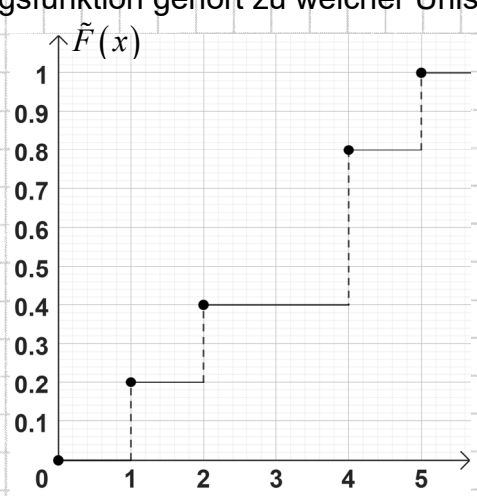
- a) Bestimmen Sie sämtliche Minima und Maxima von $f(x, y) = x^2 \cdot y$ $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^2$ unter der Nebenbedingung $x + y = 10$ (8 Punkte).
- b) Zeichnen Sie für $f(x, y) = x + 1 - y^2$ $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^2$ die Niveaulinien zu den Niveaus $\bar{z} = 0$ und $\bar{z} = -1$ im Bereich $x \in [-2; 4]$ (4 Punkte).

Aufgabe 2

Kreuzen Sie jeweils das Feld mit der einzigen richtigen Antwort an (12 Punkte).

- 1 Punkt für jede richtige Antwort,
- 0 Punkte für jede falsche bzw. fehlende Antwort.

a)	$z(x, y) = -x + y \rightarrow \min!$ mit den Nebenbedingungen $x \geq 0, y \geq 0, x \leq 3, y \leq 4$ hat:			
/1	$P_{\min}(0 0)$ <input type="checkbox"/>	$P_{\min}(0 4)$ <input type="checkbox"/>	$P_{\min}(3 0)$ <input type="checkbox"/>	$P_{\min}(3 4)$ <input type="checkbox"/>
b)	$f'(x) = \ln(x) \cdot \frac{1}{x}$ $\mathcal{D}_f =]0, \infty[$ ist die erste Ableitung von:			
/1	$f(x) = x \cdot \ln(x)$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = x \cdot \ln(x) - x$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = \frac{1}{2} \cdot [\ln(x)]^2$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = [\ln(x)]^2$ <input type="checkbox"/>
c)	Bei welcher Urliste gilt nicht $x_{\text{med}} = \bar{x}$?			
/1	7, 8, 9, 10 <input type="checkbox"/>	7, 8, 8, 9 <input type="checkbox"/>	7, 9, 9, 11 <input type="checkbox"/>	7, 8, 9, 11 <input type="checkbox"/>
d)	Es gilt $f'_x(x, y) = -f'_y(x, y) = f''_{xx}(x, y) = -f''_{xy}(x, y) = -f''_{yx}(x, y) = f''_{yy}(x, y)$ für:			
/1	$f(x, y) = e^{x-y}$ <input type="checkbox"/>	$f(x, y) = e^{x \cdot y}$ <input type="checkbox"/>	$f(x, y) = e^{x+y}$ <input type="checkbox"/>	$f(x, y) = e^y \cdot x$ <input type="checkbox"/>
e)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x}{x} =$			
/1	-2 <input type="checkbox"/>	$-\infty$ <input type="checkbox"/>	0 <input type="checkbox"/>	∞ <input type="checkbox"/>

f)	$A = \begin{pmatrix} t^2 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ hat keine Inverse für:			
/1	$t = 2$ <input type="checkbox"/>	$t = 0$ <input type="checkbox"/>	$t = 1$ <input type="checkbox"/>	$t = 4$ <input type="checkbox"/>
g)	Für welche Funktion gilt beim Newtonverfahren $x_1 = 1 + x_0$?			
/1	$f(x) = x$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = e^x$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = -x$ <input type="checkbox"/>	$f(x) = e^{-x}$ <input type="checkbox"/>
h)	Die Elastizität von $f(x) = x^n$ $D_f =]0, \infty[$, $n \in \mathbb{R}$ ist?			
/1	$\varepsilon(x) = 1$ <input type="checkbox"/>	$\varepsilon(x) = n$ <input type="checkbox"/>	$\varepsilon(x) = x^n$ <input type="checkbox"/>	$\varepsilon(x) = x$ <input type="checkbox"/>
i)	$L = \{x = 1, y = 1\}$ ist die Lösungsmenge von welchem LGS?			
/1	$\begin{pmatrix} e & e^2 & 1 \\ 1 & e & e \end{pmatrix}$ <input type="checkbox"/>	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ <input type="checkbox"/>	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & e & 2 \cdot e \end{pmatrix}$ <input type="checkbox"/>	$\begin{pmatrix} e & e & 2 \cdot e \\ 0 & e & e \end{pmatrix}$ <input type="checkbox"/>
j)	$f(x, y) = -(x+2)^2 - (y-4)^2$ $D_f = \mathbb{R}^2$ hat ein Maximum an:			
/1	$x = 2, y = 4$ <input type="checkbox"/>	$x = 2, y = -4$ <input type="checkbox"/>	$x = -2, y = 4$ <input type="checkbox"/>	$x = -2, y = -4$ <input type="checkbox"/>
k)	Wenn $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = g \neq 0$ ist mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, dann ist $\begin{vmatrix} b & 2 \cdot a \\ d & 2 \cdot c \end{vmatrix} =$			
/1	$-4 \cdot g$ <input type="checkbox"/>	$-2 \cdot g$ <input type="checkbox"/>	$2 \cdot g$ <input type="checkbox"/>	$4 \cdot g$ <input type="checkbox"/>
l)	Die dargestellte Verteilungsfunktion gehört zu welcher Urliste?			
<div></div>				
	1, 2, 2, 4, 5 <input type="checkbox"/>	1, 2, 3, 4, 5 <input type="checkbox"/>	1, 2, 3, 3, 5 <input type="checkbox"/>	1, 2, 4, 4, 5 <input type="checkbox"/>
Summe: /12				

Aufgabe 3

a) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem:

$$a - b + c - d = 2$$

$$b - c + d = -2$$

$$a + b + c = 3$$

$$-a - b = -1$$

(8 Punkte)

b) Für welchen Wert $t \in \mathbb{R}$ hat die Determinante von $A = \begin{pmatrix} t & 3 \\ 1 & -t \end{pmatrix}$ ihren maximalen Wert?

(2 Punkte)

c) Bestimmen Sie $2 \cdot B^T \cdot A^T$ für $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ (2 Punkte).

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 + 6 \cdot x^2 - 15 \cdot x$ $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen (2 Punkte).

b) Bestimmen Sie alle Hoch- und Tiefpunkte sowie die Art der Maxima und Minima (5 Punkte).

c) Bestimmen Sie alle Wendepunkte, und geben Sie die Krümmungsbereiche an (3 Punkte).

d) Ermitteln Sie die Tangentengleichung an der Stelle $x_0 = 1$ (2 Punkte).

Aufgabe 5

Eine statistische Messung brachte für das Merkmal X die Beobachtungswerte:

3,2 0,4 3,0 0,8 2,6 0,8 2,7 1,0

a) Bestimmen Sie

a1) den Modus (1 Punkt),

a2) den Median (1 Punkt),

a3) die Varianz (3 Punkte).

Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau.

b) Bei der Untersuchung eines weiteren Merkmals Y erhielt man $S_Y^{*2} = 2,8436$. In welchem Wertebereich liegt die Kovarianz von X und Y, wenn eine stark negative Korrelation vorliegt? Rechnen Sie auf vier Nachkommastellen genau (4 Punkte).

c) Bestimmen Sie die Regressionsgerade, wenn $\bar{y} = 3,4$ und $r_{xy} = -0,9031$ sind (3 Punkte).